អថេរចៃដន្យ និង បំណែងចែកប្រូបាប

**(Random Variable and Probability Distribution)**

**១. ឧទាហរណ៍១:**

ឧបមាថា មនុស្សស្រីម្នាក់សំរាលកូន 3 ដង។

ក. ចូរសរសេរលំហសំណាក ហើយករណីអាចស្មើប៉ុន្មាន?

ខ. រកប្រូបាបដែលគាត់សំរាលបានកូនប្រុសម្តង

គ. រកប្រូបាបដែលគាត់សំរាលបានយ៉ាងហោចកូនប្រុសម្តង

ឃ. តាង​ X ជាចំនួនកូនប្រុសដែលគាត់ទទួលបាន ចូរកំណត់តម្លៃនានារបស់ X

ង. ចូរសង់តារាងបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេ

ច. ចូរគណនាមធ្យម រឺ សង្ឃឹមគណិត

ឆ. ចូរគណនា វ៉ារ្យ៉ង់

**២. អថេរចៃដន្យ (Random Variable) ៖**

ចំពោះ ឧទាហរណ៍១ ខាងលើ យើងតាង X ជាចំនួនកូនប្រុសដែលមនុស្សស្រីទទួលបាន នោះ X អាចយកតម្លៃ 0, 1, 2 ឬ 3 ហើយប្រូបាបដែលត្រូវនឹងតម្លៃនីមួយៗ ត្រូវបានបង្ហាញដូចក្នុង តារាងខាងក្រោម៖

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | សរុប |
| ប្រូបាប | 1/8 | 3/8 | 3/8 | 1/8 | 1 |

X ត្រូវបានគេហៅថាអថេរចៃដន្យ។

# **អថេរចៃដន្យ**

អថេរចៃដន្យគឺជាអនុគមន៍ពីលំហសំណាក ទៅសំណុំ E។ បើ ជាសំនុំរាប់បាន (infinitely countable set) នោះគេថា X ជាអថេរចៃដន្យដាច់ (Discrete Random Variable) ។ បើ ជាសំនុំរាប់មិនបាន (uncountable set) នោះគេថា ជាអថេរចៃដន្យជាប់ (Continuous Random Variable) ។

GefrécdnümYy RtUv)aneKehAfa Gefrécdnüdac; enAeBlEdlcenøaHrbs;va CatMélénsMnMu rab;)anmYy b¤ CatMélénsMnuMrab;min)anmYy .

ចំពោះអថេរចៃដន្យដាច់ យើងអាចបង្កើតតារាងមួយដើម្បីបង្ហាញពីតម្លៃរបស់វា និង ប្រូបាបដែល ត្រូវនឹងតម្លៃនីមួយៗ។ តារាងនេះត្រូវបានគេហៅថាតារាងបំណែងចែកប្រូបាប។

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *X* |  | Total |
| P |  | 1 |

ដែល  ហើយ  ។ ត្រូវបានគេហៅថា អនុគមន៍ ដង់ស៊ីតេនៃអថេរចៃដន្យ X (Probability Mass Function)។

**ឧទាហរណ៍២:**

ឧបមាថាក្នុងថង់មួយមាន ប៊ូល ស ៣ និង ប៊ូលខ្មៅ ២។ យើងចាប់យកប៊ូលពីរព្រមគ្នាដោយ ចៃដន្យ។ តាង X ជាចំនួនប៊ូល ស ដែលយើងទាញបាន។

ក. កំណត់តម្លៃរបស់អថេរចៃដន្យ X។

ខ. សង់តារាងបំណែងចែកប្រូបាបរបស់អថេរចៃដន្យ X។

**៣. តម្លៃសង្ឃឹម និង វ៉ារ្យ៉ង់នៃអថេរចៃដន្យ (Expected Value and Variance)**

ជាមួយនឹងតារាងបំណែងចែកប្រូបាបរបស់អថេរចៃដន្យមួយ យើងអាចទទួលបានព័ត៌មានជា ច្រើនស្តីពីអថេរចៃដន្យនោះ។ ឧទាហរណ៍៖ យើងចង់រកតម្លៃមធ្យម ( តម្លៃសង្ឃឹម) របស់អថេរចៃដន្យនោះ ឬ ភាពពង្រាយរបស់វា។

**តម្លៃសង្ឃឹម(Expected Value)**

តម្លៃសង្ឃឹមរបស់អថេរចៃដន្យ X (អថេរចៃដន្យដាច់) ត្រូវបានគេអោយនិយមន័យដោយ៖

**លក្ខណ:នៃតម្លៃសង្ឃឹម(Properties)**

ឧបមាថាមានអថេរចៃដន្យ X និង Y ហើយ a និង b ជាចំនួនថេរ។

* បើ X និង Y មិនអាស្រ័យគ្នា

សម្រាយបញ្ជាក់៖

**វ៉ារ្យ៉ង់(Variance)**

វ៉ារ្យង់របស់អថេរចៃដន្យ X (អថេរចៃដន្យដាច់) ត្រូវបានគេអោយនិយមន័យដោយ៖

**លក្ខណ:នៃវ៉ារ្យ៉ង់(Properties)**

ឧបមាថាមានអថេរចៃដន្យ X និង Y ហើយ a និង b ជាចំនួនថេរ។

* បើ X និង Y មិនអាស្រ័យគ្នា

**សម្រាយបញ្ជាក់៖**

**សំគាល់៖**

* តម្លៃសង្ឃឹមនិយាយពីតម្លៃមធ្យមរបស់អថេរចៃដន្យ
* វ៉ារ្យង់និយាយពីភាពពង្រាយរបស់អថេរចៃដន្យ

**ឧទាហរណ៍៣:** ចូរធ្វើឧទាហរណ៍២ម្តងទៀតដោយគណនា E(X), V(X)។

**ឧទាហរណ៍៤:** ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ស ៣ ឃ្លីពណ៌ក្រហម ៣ និង ឃ្លីពណ៌ខ្មៅ ៥។ យើងចាប់យកឃ្លី ៣ ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។ ឧបមាថាបើយើងចាប់យកឃ្លីពណ៌ស នោះយើងទទួលបាន ១ ដុល្លារ ហើយ បើយើងចាប់យកឃ្លីពណ៌ក្រហម នោះយើងខាត ១ ដុល្លារ។ តាង X ជាប្រាក់ចំណេញ ឬ ខាតដែលយើង ទទួលបាន។

1. ចូររកតម្លៃនានានៃអថេរ X
2. ចូរសង់តារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃអថេរ X
3. ចូរគណនាតំលែសង្ឃឹម និង វ៉ារ៉្យង់

លំហាត់

១. ឧបមាថាយើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរក្នុងពេលតែមួយ។ តាង X ជាផលសងនៃលទ្ធផល របស់គ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរ។

ក. ចូររកបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X ។

ខ. ចូរគណនាតម្លៃសង្ឃឹមនៃ X ។

២. ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល ៦ ដែលបង់លេខពី ១ ដល់ ៦។ យើងចាប់យកប៊ូលពីរពីក្នុង់ថង់។ តាង X ជាតម្លៃធំរវាងលេខទាំងពីរដែលនៅលើប៊ូលដែលយើងចាប់បាន។

ក. ចូររកបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X ។

ខ. ចូរគណនាតម្លៃសង្ឃឹម និង វ៉ារ៉្យង់នៃ X ។

៣. ឧបមាថាយើងបោះកាក់មួយបន្តបន្ទាប់គ្នារហូតដល់មុខផ្ងារឡើង។ តាង X ជាចំនួនដងដែល យើងត្រូវបោះដើម្បីបានមុខផ្ងារឡើងម្តងនេះ។

ក. ឧបមាថាកាក់ជាកាក់ស្មើសាច់(unbiased coin) ចូររកបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X ។

ខ.ឧបមាថាកាក់ជាកាក់មិនស្មើសាច់(biased coin) មានន័យថា ក្នុងការបោះមួយលើកៗ

ប្រូបាបដែលចេញមុខគឺ p ចូររកបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X ។

គ. ចូរគណនាតម្លៃសង្ឃឹម និង វ៉ារ៉្យង់នៃ X ក្នងសំណួរ ខ. ។

អថេរចៃដន្យដាច់

**(Discrete Random Variable)**

ក្នុងមេរៀននេះយើងឧបមាថាលំហសំណាក ជាសំណុំរាប់អស់ (finite set) ឬ ជាសំណុំរាប់មិនអស់ តែរាប់បាន(infinitely countable set)។

**១. បំណែងចែកទ្វេធា (Binomial Distribution):**

**a**. ឧទាហរណ៍១:

ឧបមាថា មនុស្សស្រីម្នាក់សំរាលកូន 3 ដង។

ក. រកប្រូបាបដែលគាត់សំរាលបានកូនប្រុសម្តង

ខ. រកប្រូបាបដែលគាត់សំរាលបានយ៉ាងហោចកូនប្រុសម្តង

គ. ឧបមាថា មនុស្សស្រីនោះសំរាលកូន n ដង ដែល n ធំ ចូរគណនាសំណួរ ក និង សំណួរ ខ ឡើងវិញ។

**សំគាល់៖** ចំពោះសំណួរ គ នៃឧទាហរណ៍១ យើងនឹងប្រើបំណែងចែកទ្វេធា។ យើងប្រើបំណែងចែកទ្វេធា ក្នុងករណីដែល៖

* យើងមាន n ការពិសោធ ដែលការពិសោធនីមួយៗមិនអាស្រ័យគ្នា
* ចំពោះការពិសោធនីមួយៗ យើងមានលទ្ធផលតែពីរ គឺ ចាញ់ និង ឈ្នះ
* ចំពោះការពិសោធនីមួយៗ ឪកាស ឬ ប្រូបាបដែលទទួលបានលទ្ធផលឈ្នះនៅថេរ តាងដោយ p
* ក្នុងចំណោម n ការពិសោធ យើងចង់បានលទ្ធផលឈ្នះ k ដង។

**b. អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ (Probability Mass Function):**

អថេរចៃដន្យ X មានបំណែងចែកទ្វេធា ត្រូវបានគេតាងដោយ ដែល ។ p ត្រូវបានគេហៅថាប៉ារ៉ាមែត្រនៃបំណែងចែក។

* អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ ដែល
* តំលែសង្ឃឹម
* វ៉ារ្យង់

**សំគាល់ ( និយមន័យ)៖**  ជាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេបើ៖

**ឧទាហរណ៍២:** ឧបមាថា យើងបោះកាក់ស្មើសាច់ (fair coin) មួយ ១០ ដង។ តាង X ជាចំនួន មុខដែលផ្ងារឡើង។

ក. រកប្រូបាបដែលមុខផ្ងារឡើង ៦ ដង

ខ. រកប្រូបាបដែលយ៉ាងហោចមុខផ្ងារឡើង ២ ដង

គ. គណនា

**ឧទាហរណ៍៣:** សិស្សម្នាក់ត្រូវឆ្លើយសំណួរពហុជ្រើសរើស១០ សំណួរ។ ក្នុងមួយសំណួរៗ មាន៤ ចម្លើយ ដែលក្នុងនោះមានមួយជាចម្លើយត្រូវ។ ឧបមាថាសំណួរនីមួយៗមិនទាក់ទងគ្នា។ ចូរគណនាប្រូបានដែលសិស្សនោះឆ្លើយត្រូវ ៦ សំណួរ។

**សំគាល់៖** នៅពេលដែលការពិសោធមានតែម្តង មានន័យថា n=1 នោះបំណែងចែកទ្វេធា (Binomial Distribution) ក្លាយជាបំណែងចែកប៊ែរនូយី(Bernoulli Distribution)។

អថេរចៃដន្យ X មានបំណែងចែកប៊ែរនូយី ត្រូវបានគេតាងដោយ ដែល ។ p ត្រូវបានគេហៅថាប៉ារ៉ាមែត្រនៃបំណែងចែក។

* អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ ដែល
* តំលែសង្ឃឹម
* វ៉ារ្យង់

លំហាត់

**១.** ឧបមាថា X មានបំណែងចែកទ្វេធាជាមួយនឹងប៉ារ៉ាមែត្រ n=4 និង p=0.5។ តើ E(X)មានតម្លៃ ប៉ុន្មាន? រកប្រូបាបដែល X ស្មើ E(X) ។

**២.** អ្នកលេងបាល់បោះម្នាក់ បោះ បាល់៥គ្រាប់។ យើងដឹងថា ក្នុងការបោះមួយលើកៗ ឪកាស ដែលបោះត្រូវគឺ 0.75។ តើយើងសង្ឃឹមថាគាត់នឹងបោះត្រូវប៉ុន្មានគ្រាប់? រកប្រូបាបដែលគាត់នឹង បោះត្រូវពីរគ្រាប់។

៣. បុរសម្នាក់ចង់សិក្សាពីចំនួនមនុស្សស្រីក្នុងទីក្រុងមួយ។ គាត់ឈរត្រង់ផ្លូវកាច់ជ្រុងមួយនៃទីក្រុង នេះ ហើយគាត់បានកត់ត្រាភេទនៃមនុស្ស ១០ នាក់ដែលបានឆ្លងកាត់តំបន់កាច់ជ្រុងនេះ។ ដោយ ឧបមាថាទីក្រុងនេះមានមនុស្សស្រី 50% និង មនុស្សប្រុស 50% ។

ក. រកប្រូបាបដែលមនុស្សទាំង ១០ នាក់នោះជាមនុស្សស្រី។

ខ. រកប្រូបាបដែលយ៉ាងហោចមនុស្ស២នាក់ក្នុងចំណោមមនុស្សទាំង ១០ នាក់នោះជា មនុស្សស្រី។

គ. រកប្រូបាបដែលយ៉ាងហោចមនុស្ស៨នាក់ក្នុងចំណោមមនុស្សទាំង ១០ នាក់នោះជា មនុស្សស្រី។

ឃ. រកប្រូបាបដែលក្នុងចំណោមមនុស្សទាំង ១០ នាក់នោះមានមនុស្សស្រីពី ៤ ទៅ ៦ នាក់។

ង. គណនា

៤. ក. យើងបោះឡុកឡាក់ស្មើសាច់មួយ ៥ ដង។ រកប្រូបាបដែលមុខ ៦ ចេញ ២ ដង។

ខ. យើងបោះឡុកឡាក់ស្មើសាច់ ពីរគ្រាប់ដំណាលគ្នា។ រកប្រូបាបដែលផលបូកមុខទាំងពីរស្មើ នឹង ៦។

គ. យើងបោះឡុកឡាក់ស្មើសាច់ ពីរគ្រាប់ដំណាលគ្នា ចំនួន៣ដង។ រកប្រូបាបដែលផលបូក មុខទាំងពីរស្មើនឹង ៦ ចេញម្តង។

៥. ឧបមាថាអថេរចៃដន្យ X មានបំណែងចែកប៊ែរនូយី។

ក. ចូរបង្ហាញថាផលបូកនៃអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេស្មើមួយ

ខ. ចូរបង្ហាញថា

៦. ឧបមាថាអថេរចៃដន្យ X មានបំណែងចែកទ្វេធា។

ក. ចូរបង្ហាញថាផលបូកនៃអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេស្មើមួយ

ខ. ចូរបង្ហាញថា

**២. បំណែងចែក Poisson (Poisson Distribution):**

ឧបមាថាយើងចង់សិក្សាពីចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ដែលកើតឡើងតាមផ្លូវជាតិលេខ ៤ នៅថ្ងៃចូលឆ្នាំសាកល។ តាង X ជាចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ដែលកើតឡើងនោះ។ នោះគេថា X ជាអថេរចៃដន្យមានបំណែងចែក **Poisson ។** យក ។ X ជាអថេរចៃដន្យមានបំណែងចែក **Poisson** មានប៉ារ៉ាមែត្រ ត្រូវបានគេកំណត់សរសេរដោយ ។

* អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ ដែល
* តំលែសង្ឃឹម
* វ៉ារ្យង់

**ឧទាហរណ៍៤៖** តាង X ជាចំនួនកំហុសអក្ខរាវិរុទ្ធដែលកើតមានឡើងក្នុងទំព័រនីមួយៗនៃសៀវ ភៅមួយ។ ឧបមាថា X មានបំណែងចែក **Poisson** ជាមួយនឹងប៉ារ៉ាមេត្រ ។

ក. រកប្រូបាបដែលកំហុសអក្ខរាវិរុទ្ធកើតមានឡើង ៥ ដង

ខ. រកប្រូបាបដែលកំហុសអក្ខរាវិរុទ្ធកើតមានឡើងយ៉ាងតិចម្តង

**ឧទាហរណ៍៥៖** តាង X ជាចំនួនដងនៃរំញ្ជួយដីដែលកើតឡើងនៅលើកោះមួយក្នុងរយ:ពេល ពីរសប្តាហ៍។ ឧបមាថា X មានបំណែងចែក **Poisson** ជាមួយនឹងប៉ារ៉ាមេត្រ ។

ក. រកប្រូបាបដែលរំញ្ជួយដីកើតឡើង៣ ដងក្នុងរយ:ពេល ពីរសប្តាហ៍។

ខ. រក probability distribution នៃរយ:ពេលចាប់ពីឥឡូវរហូតដល់រំញ្ជួយដីលើកបន្ទាប់។

លំហាត់

១. ឧបមាថា X មានបំណែងចែក **Poisson** ជាមួយនឹងប៉ារ៉ាមេត្រ ។ ចូររក និង ។

២. តាង X ជាចំនួននៃតំណក់ទឹកភ្លៀងដែលស្រក់ចូលពាងក្នុងរយ:ពេល ៥ វិនាទី។ ឧបមាថា X មានបំណែងចែក **Poisson** ជាមួយនឹងមធ្យម 20 ។ រកប្រូបាបដែល។

៣. ឧបមាថា X មានបំណែងចែក **Poisson** ដែល។ ចូរគណនា ។

៤. ឧបមាថា X មានបំណែងចែក **Poisson** ជាមួយនឹងមធ្យម 2។ ចូររក និង ។

៥. ឧបមាថា X មានបំណែងចែក **Poisson** ជាមួយនឹងប៉ារ៉ាមែត្រ ជាមួយនឹងអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ ដែល ។ ចូរបង្ហាញថា ៖

ក.

ខ. តំលែសង្ឃឹម

គ. វ៉ារ្យង់

៦. ឧបមាថាមានអថេរ X ដែល ។ ឧបមាថា n មានតម្លៃធំ ហើយ p មានតម្លៃតូច ដែល ។ ចូរបង្ហាញថា ។

៧. តាង ជាចំនួនដងនៃការហៅចូលរបស់ទូរស័ព្ទក្នុងអំឡុងពេល t ។ មានបំណែង ចែក **Poisson** ជាមួយនឹងប៉ារ៉ាមែត្រ t ។ ប្រូបាបនៃការទទួលទូរស័ព្ទចំពោះការហៅចូលមួយ លើកៗ គឺ p ដែល ។ តាង ជាចំនួនដងនៃការទទួលទូរស័ព្ទដែលបានហៅចូល។ រកបំណែង ចែកប្រូបាបរបស់ ។

**៣. បំណែងចែកធរណីមាត្រ (Geometric Distribution):**

ឧបមាថាបុរសម្នាក់ចូលលេងល្បែងក្នុងកាស៊ីណូមួយ ហើយគាត់បានសន្យានឹងខ្លួនគាត់ថា គាត់នឹងបន្តលេង ល្បែងរហូតបានឈ្នះមួយលើកទើបគាត់ឈប់លេង។ តាង X ជាចំនួនដង ដែលគាត់ត្រូវលេងដើម្បី បានឈ្នះម្តង នោះគេថា X មានបំណែងចែកធរណីមាត្រ។ ឧបមាថាក្នុងការលេងមួយលើក ប្រូបាបនៃការឈ្នះគឺ p ដែល 0< p <1។ X ជាអថេរចៃដន្យមានបំណែងចែកធរណីមាត្រ មានប៉ារ៉ាមែត្រ ត្រូវបានគេកំណត់សរសេរដោយ ។

* អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ ដែល
* តំលែសង្ឃឹម
* វ៉ារ្យង់

**ឧទាហរណ៍៥៖** ឧបមាថាចូលលេងល្បែងក្នុងកាស៊ីណូមួយ ហើយគាត់បានសន្យានឹងខ្លួនគាត់ថា គាត់នឹងបន្តលេង ល្បែងរហូតបានឈ្នះមួយលើកទើបគាត់ឈប់លេង។ ឧបមាថាក្នុងការលេង មួយលើកប្រូបាបនៃការឈ្នះគឺ p=0.3។

ក. រកប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវលេង ៥ ដង

ខ. រកប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវលេងយ៉ាងហោច ៣ ដង

គ. គណនាមធ្យម និង វារ្យ៉ង់

**ឧទាហរណ៍៦៖** ឧបមាថាប្តីប្រពន្ធមួយគូទើបរៀបការថ្មីថ្មោង ហើយគាត់បានសន្យានឹងគ្នាថា គាត់ នឹងបន្តយកកូនរហូតបានកូនស្រីម្នាក់ទើបគាត់ឈប់យកកូន។ ឧបមាថាក្នុងការសំរាលមួយលើកៗ ប្រូបាបនៃការសំរាលបានកូនប្រុសគឺ 0.65។ រកប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវសំរាល ៤ ដង។

លំហាត់

១. កីឡាករបាល់បោះម្នាក់ បោះបាល់រហូតបានចូលមួយគ្រាប់ទើបគាត់ឈប់បោះ។ ឧបមាថាក្នុង ការបោះមួយលើកៗ ឪកាសនៃការបោះចូលគឺ ០.4 ហើយឧបមាថាការបោះមួយលើកៗមិន អាស្រ័យគ្នា។ តើយើងសង្ឃឹមថាគាត់បោះចូលប៉ុន្មានគ្រាប់? រកប្រូបាបដែលគាត់បោះតែម្តង ហើយចូល។ រកប្រូបាបដែលគាត់បោះយ៉ាងហោច 3 ដង ដើម្បីបានចូលមួយគ្រាប់។

២. ឧបមាថា X មានបំណែងចែកធរណីមាត្រជាមួយនឹងប៉ារ៉ាមែត្រ ជាមួយនឹងអនុគមន៍ដង់ ស៊ីតេ ដែល ។ ចូរបង្ហាញថា ៖

ក.

ខ. តំលែសង្ឃឹម

គ. វ៉ារ្យង់

៣. បុរសម្នាក់បោះកាក់មិនស្មើសាច់រហូតដល់ខ្នងផ្ងារឡើង។ ឧបមាថាក្នុង ការបោះមួយលើកៗ ឪកាសនៃការចេញមុខគឺ ០.3។ តើគាត់ត្រូវបោះជាមធ្យមប៉ុន្មានដង? រកប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវបោះ ៤ដង។

៤. Memoryless property នៃបំណែងចែកធរណីមាត្រ។ ចូរបង្ហាញថា

P(X ≥ s + t|X ≥ t) = P(X ≥ s) រឺ P(X ≥ s + t) = P(X ≥ s)P(X ≥ t) ។

**៤. បំណែងចែក Negative Binomial (Negative Binomial Distribution):**

ឧបមាថាបុរសម្នាក់ចូលលេងល្បែងក្នុងកាស៊ីណូមួយ ហើយគាត់បានសន្យានឹងខ្លួនគាត់ថា គាត់ នឹងបន្តលេង ល្បែងរហូតបានឈ្នះ 3 លើកទើបគាត់ឈប់លេង(ដែលការឈ្នះលើកទី៣ ជាលើក ចុងក្រោយនៃការលេង)។ តាង X ជាចំនួនដងដែលគាត់ត្រូវលេងដើម្បី បានឈ្នះ k=3 លើក នោះ គេថាX មានបំណែងចែក **Negative Binomial**។ ឧបមាថាក្នុងការលេងមួយលើក ប្រូបាបនៃការ ឈ្នះ គឺ p ដែល 0< p <1។ X ជាអថេរចៃដន្យមានបំណែងចែក **Negative Binomial** មានប៉ារ៉ា មែត្រ ត្រូវបានគេកំណត់សរសេរដោយ ។

* អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ ដែល
* តំលែសង្ឃឹម
* វ៉ារ្យង់

**ឧទាហរណ៍៥៖** ឧបមាថាចូលលេងល្បែងក្នុងកាស៊ីណូមួយ ហើយគាត់បានសន្យានឹងខ្លួនគាត់ថា គាត់នឹងបន្តលេង ល្បែងរហូតបានឈ្នះមួយលើកទើបគាត់ឈប់លេង។ ឧបមាថាក្នុងការលេង មួយលើកប្រូបាបនៃការឈ្នះគឺ p=0.3។

ក. រកប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវលេង ៥ ដង

ខ. រកប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវលេងយ៉ាងហោច ៣ ដង

គ. គណនាមធ្យម និង វារ្យ៉ង់

លំហាត់

១. ចូរសរសេររូបមន្ត ដែល

២. ឧបមាថា X ជាអថេរចៃដន្យមានបំណែងចែក **Negative Binomial** មានប៉ារ៉ាមែត្រ ដែលមានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ ដែល ។

ចូរបង្ហាញថា៖

* តំលែសង្ឃឹម
* វ៉ារ្យង់

៣. ឧបមាថា X ជាអថេរចៃដន្យមានបំណែងចែក **Negative Binomial** មានប៉ារ៉ាមែត្រ ។ ចូរគណនា ។

**៥. បំណែងចែក Hypergeometric (Hypergeometric Distribution):**

ឧបមាថានៅក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ ស ៥ និង ឃ្លីពណ៌ខ្មៅ ៦។ យើងចាប់យកឃ្លី៣ ព្រមគ្នា ដោយចៃដន្យ។ តាង X ជាចំនួនឃ្លី ស ដែលយើងចាប់បាន។ គេថា X ជាអថេរចៃដន្យមាន បំណែងចែក **Hypergeometric**។

យើងបាន P(ឃ្លី សពីរ និង ឃ្លីខ្មៅមួយ)=

ករណីទូទៅ៖ ឧបមាថានៅក្នុងថង់មួយមាន N ឃ្លី ដែលក្នុងនោះមាន ឃ្លីពណ៌ ស ហើយឃ្លី ដែលនៅសល់ជាឃ្លីពណ៌ខ្មៅ។ យើងចាប់យកឃ្លី n ព្រមគ្នា ដោយចៃដន្យ។ តាង X ជាចំនួនឃ្លី ស ដែលយើងចាប់បាន។ គេថា X ជាអថេរចៃដន្យមាន បំណែងចែក **Hypergeometric**។ យើងកំណត់ សរសេរដោយ ។

* អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ ដែល
* តំលែសង្ឃឹម ដែល
* វ៉ារ្យង់

**ឧទាហរណ៍៦៖** ឧបមាថានៅក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ ស ៥ និង ឃ្លីពណ៌ខ្មៅ ៦។ យើងចាប់ យកឃ្លី៣ ព្រមគ្នា ដោយចៃដន្យ។ តាង X ជាចំនួនឃ្លី ស ដែលយើងចាប់បាន។

ក. កំណត់តម្លៃនានារបស់ X

ខ. ចូរសង់តារាងបំណែងចែកប្រូបាប

គ. ចូរគណនា តំលែសង្ឃឹម និង វ៉ារ្យង់

លំហាត់

១. ក្នុងសង្កាត់មួយមានរៀបចំការបាះឆ្នោតរើសចៅសង្កាត់ ដែលក្នុងនោះមានពីរគណបក្ស A និង B ហើយចំនួនប្រជាជនដែលមានសិទ្ធិទៅបាះឆ្នោតគឺ ១០០០នាក់។ តាមបទពិសោធន៍កន្លងមក មានប្រជាជន ៥៥% ដែលបាះឆ្នោតឲ្យគណបក្ស A។ យើងចង់ស្ទង់លទ្ធផលនៃការបោះឆ្នោត។ ដូចនេះយើងរើសយកមនុស្ស ៥០ នាក់ដោយចៃដន្យរួចសាកសួរថាតើគណបក្សណាដែលម្នាក់ៗ ចូលចិត្ត។ រកប្រូបាបដែលក្នុងចំណោម៥០ នាក់នេះមាន ២៦ នាក់បោះឆ្នោតឲ្យ គណបក្ស A។

២. ក្នុងក្រុមមួយមានមនុស្ស ប្រុស ៦ នាក់ និង មនុស្សស្រី ៥នាក់។ យើងរើសមនុស្ស៤ នាក់ព្រម គ្នាចេញពីមនុស្សមួយក្រុមនេះ ដើម្បីបង្កើតជាគណកម្មការមួយ។ រកប្រូបាបដែលក្នុងគណកម្មការ នេះមានមនុស្សប្រុស ២ នាក់។ តើយើងសង្ឃឹមថានឹងមានមនុស្សប្រុសប៉ុន្មាននាក់នៅក្នុងគណ កម្មការនេះ។

៣. គេថា X ជាអថេរចៃដន្យមាន បំណែងចែក **Hypergeometric** ដែលមានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ ដែល ។

* តំលែសង្ឃឹម
* វ៉ារ្យង់